

## BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN CĂN BẬC HAI

**Bài 1:** Chứng minh:

a)  $2\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

b)  $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$

**Bài 2:** Thu gọn các biểu thức:

$$A = \frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$$

$$C = \left( \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) \cdot (\sqrt{6}+11)$$

$$B = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$D = \left( \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}}} \right)^2$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{7}-2\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+2\sqrt{3}}$$

$$G = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-2}{1-\sqrt{2}}$$

**Bài 3:** So sánh  $A = \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2}$  và  $B = \frac{12}{3-\sqrt{6}} + \sqrt{6}$ **Bài 4:** Trục căn thức ở mẫu:

a)  $\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}$

b)  $\frac{\sqrt{a+3} + \sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3} - \sqrt{a-3}}$

c)  $\frac{1}{\sqrt{18} + \sqrt{8} - 2\sqrt{2}}$

d)  $\frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

**Bài 5:** Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{4x-16} + \sqrt{x-4} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-36} = 4$

b)  $\sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16$

c)  $\frac{1}{\sqrt{x+1}+1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}-1} + 2 = 0$

d)  $\frac{2x}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{2x}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{5} + 1$

**Bài 6:** Tính tổng

$$S = \frac{1}{1+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{10}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{958}+\sqrt{961}}$$

**Bài 7:** Cho các biểu thức

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$$

$$B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{80}}$$

1) Tính A

2) Chứng minh rằng  $B > 16$ **Bài 8:** Chứng minh rằng:  $A = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79}+\sqrt{80}} > 4$ **Bài 9:** Tính tổng

$$S = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2014\sqrt{2013}+2013\sqrt{2014}}$$

**Bài 10:**1) Cho  $a, b, c, d, x, y, z, t > 0$  và  $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z} = \frac{d}{t}$ 

Chứng minh rằng:  $\sqrt{ax} + \sqrt{by} + \sqrt{cz} + \sqrt{dt} = \sqrt{(a+b+c+d) \cdot (x+y+z+t)}$

2) Cho a, b, c, d là các số dương thoả mãn  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Trục căn thức của  $P = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}}$ **Bài 11:** Cho ba số thực dương x, y, z thoả mãn điều kiện  $xy + yz + zx = 1$ . Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào x, y, z:

$$M = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$$

**Bài 12:** Cho x, y, z là các số dương thoả mãn điều kiện  $x + y + z = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của A biết

$$A = \sqrt{x+yz} + \sqrt{y+xz} + \sqrt{z+xy}$$

**Bài 13:** Cho  $a \neq 0$  và hai số x, y thoả mãn  $(x + \sqrt{x^2 + a})(y + \sqrt{y^2 + a}) = a$ . Tính x + y